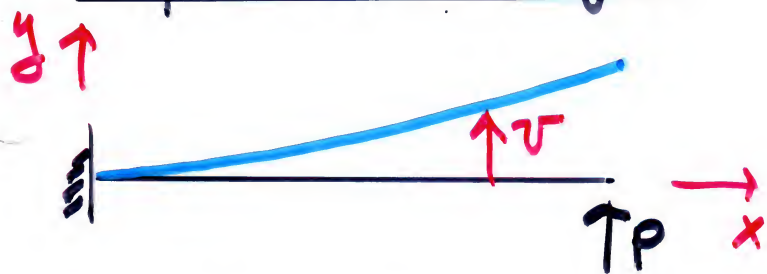
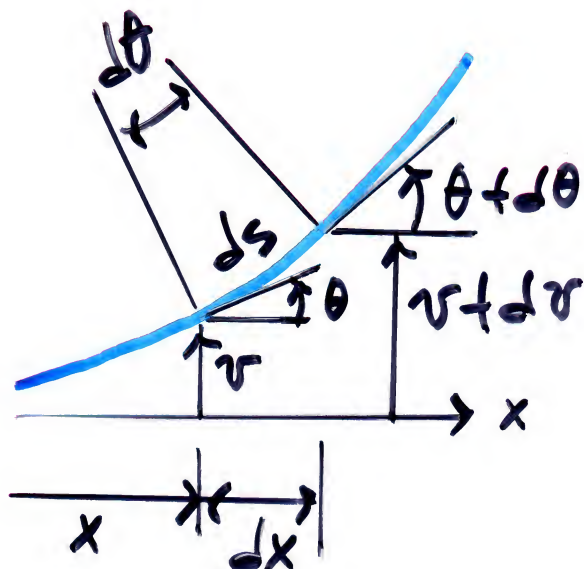
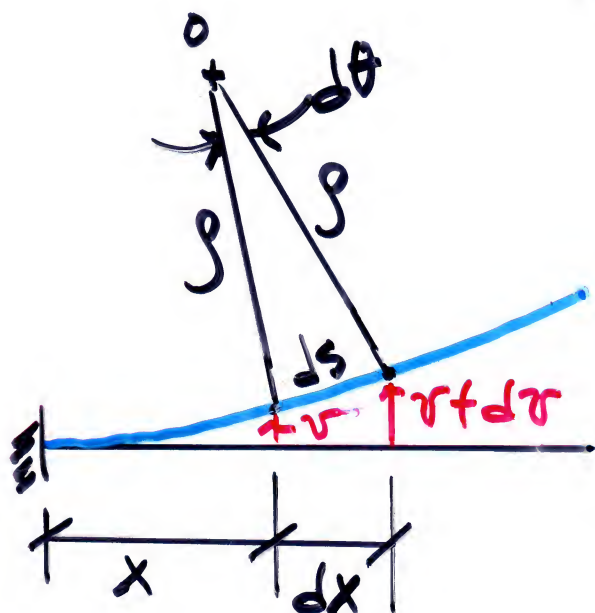


# Deflexiones en vigas



$v$ : deflexión



$$\rho d\theta = ds \quad \Rightarrow \quad \kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dx}$$

$$\tan \theta = \frac{dv}{dx} \sim \tan \theta \approx \theta \quad [\text{teoría de def. pequeñas}]$$

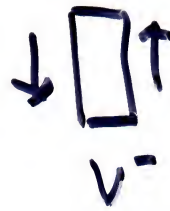
$$\Rightarrow \theta = \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2v}{dx^2} \Rightarrow \kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d^2v}{dx^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{M}{EI} = \frac{d^2v}{dx^2}}$$

Ecuación Diferencial de la Curva Elástica.

Convención de Signos:



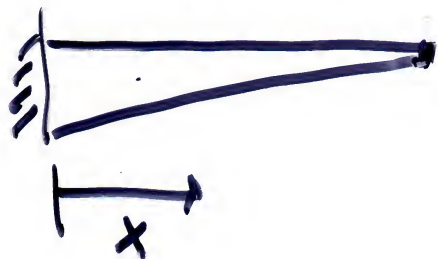
Aplicando equilibrio:  $\frac{dV}{dx} = -q$  ;  $\frac{dM}{dx} = V$

Diferenciando la Ecuación Diferencial de la curva Elástica:

$$\frac{V}{EI} = \frac{d^3v}{dx^3} ; \quad -\frac{q}{EI} = \frac{d^4v}{dx^4}$$

En Resumen:  $M = EI v''$  ;  $V = EI v'''$  ;  $-q = EI v^{(4)}$

Para vigas no prismáticas:  $I_x$  es variable

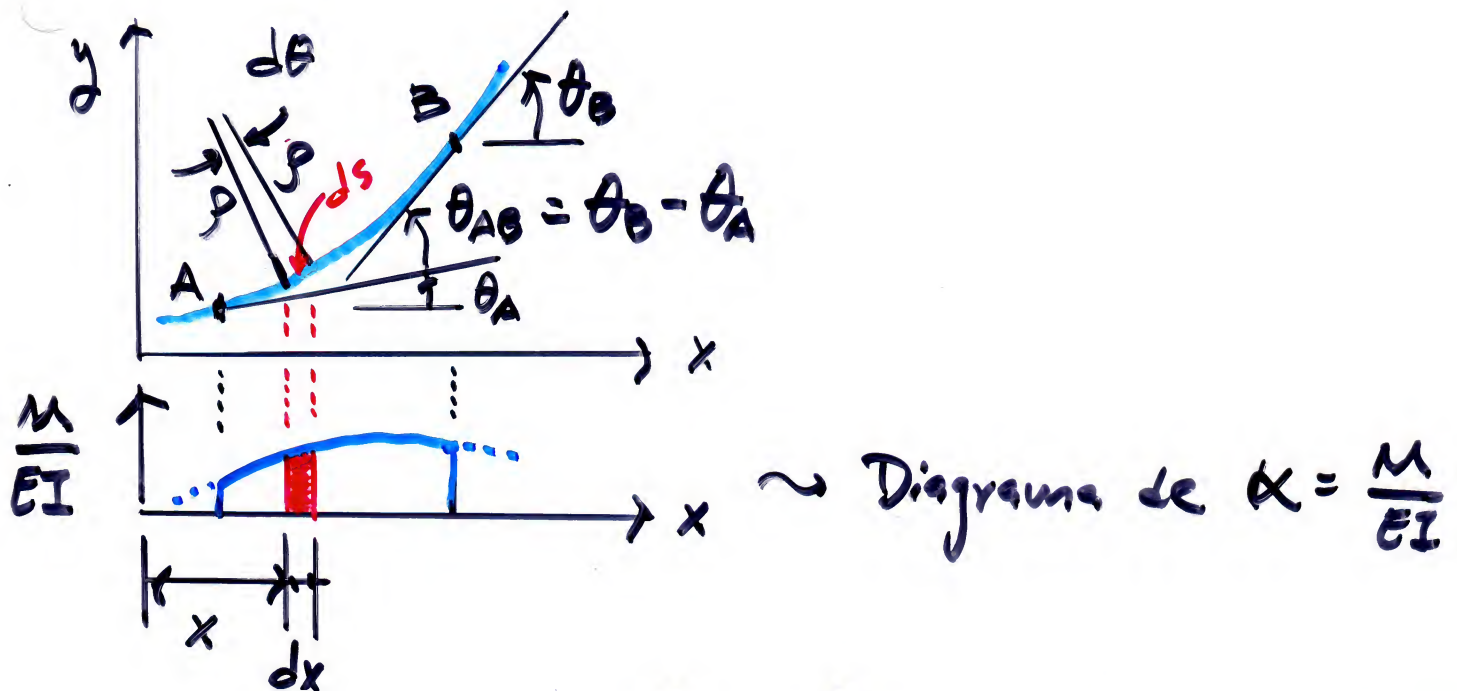


$$EI_x \frac{d^2v}{dx^2} = M$$

$$\frac{d}{dx} \left( EI_x \frac{d^2v}{dx^2} \right) = \frac{dM}{dx} = V$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( EI_x \frac{d^2v}{dx^2} \right) = \frac{dV}{dx} = -q$$

## Método de Área-Momento



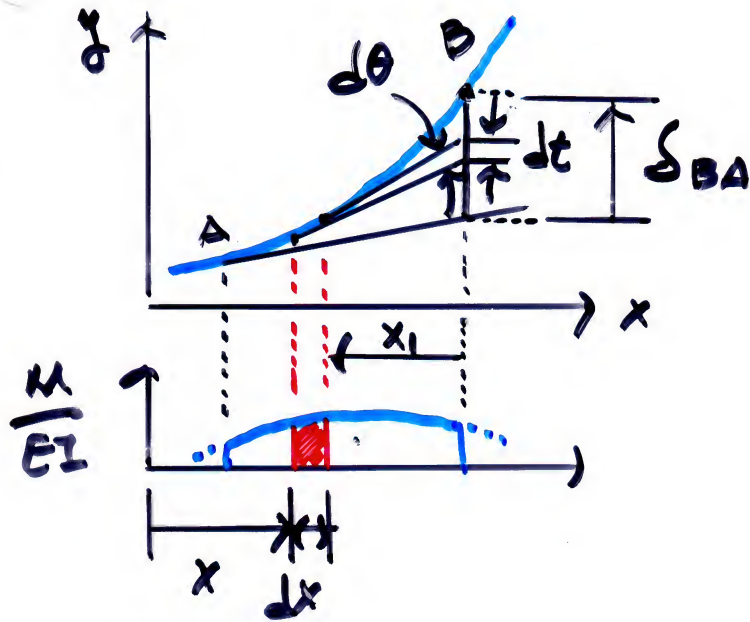
$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{EI} \Rightarrow \int_A^B d\theta = \int_A^B \frac{M}{EI} dx \Rightarrow \boxed{\theta_{AB} = \int_A^B \frac{M}{EI} dx}$$

### Primer Teorema de Área-Momento:

La Rotación entre dos tangentes a la curva elástica en los puntos A y B es igual al área del diagrama de curvatura ( $M/EI$ ) entre dichos puntos.



## Segundo Teorema:



Por Geometría:  $dt = x_1 d\theta \Rightarrow \int_A^B dt = \int_A^B x_1 \frac{M}{EI} dx$

$$\Rightarrow \boxed{\delta_{BA} = \int_A^B x_1 \frac{M}{EI} dx}$$

## Segundo Teorema de Area-Momento:

El desplazamiento de un punto B en la curva elástica medido desde una tangente trazada en un punto A es igual al primer momento del diagrama de curvatura ( $M/EI$ ) con respecto al punto B.